
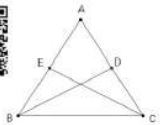


111至112年度新北市數位學習推動計畫

111年度數位學習創新教案設計

服務學校	新北市立崇林國民中學	設計者	黃麗紅	
領域/科目	數學/數學	實施年級	九年級	
主題名稱	有理沒有理	總節數	共4節，180分鐘 (各節課可依實際學生上課狀況進行調整)	
行動載具作業系統	<input type="checkbox"/> Android 系統 <input type="checkbox"/> Chrome 系統 <input checked="" type="checkbox"/> iOS 系統 <input type="checkbox"/> Windows 系統			
學習重點	學習表現	<p>a-IV-1 理解並應用符號及文字敘述表達概念、運算、推理及證明。</p> <p>s-IV-3 理解兩條直線的垂直和平行的意義，以及各種性質，並能應用於解決幾何與日常生活的問題。</p> <p>s-IV-4 理解平面圖形全等的意義，知道圖形經平移、旋轉、鏡射後仍保持全等，並能應用於解決幾何與日常生活的問題。</p> <p>s-IV-5 理解線對稱的意義和線對稱圖形的幾何性質，並能應用於解決幾何與日常生活的問題。</p> <p>s-IV-6 理解平面圖形相似的意義，知道圖形經縮放後其圖形相似，並能應用於解決幾何與日常生活的問題。</p> <p>s-IV-9 理解三角形的邊角關係，利用邊角對應相等，判斷兩個三角形的全等，並能應用於解決幾何與日常生活的問題。</p> <p>s-IV-10 理解三角形相似的性質，利用對應角相等或對應邊成比例，判斷兩個三角形的相似，並能應用於解決幾何與日常生活的問題。</p>	核心素養	<p>數-J-B1 具備處理代數與幾何中數學關係的能力，並用以描述情境中的現象。能在經驗範圍內，以數學語言表述平面與空間的基本關係和性質。</p> <p>數-J-C1 具備從證據討論與反思事情的態度，提出合理的論述，並能和他人進行理性溝通與合作</p>
	學習內容	S-9-11證明的意義：幾何推理		

		(須說明所依據的幾何性質); 代數推理(須說明所依據的代數 性質)。	
議題 融入	實質內涵	<ul style="list-style-type: none"> 以總綱十九項議題為考量、並落實議題核心精神，建議列出將融入的議題實質內容。 議題融入不是必要的項目，可視需要再列出。 	
	所融入之 學習重點	<ul style="list-style-type: none"> 列出示例中融入之學習重點(學習表現與學習內容)，以及融入說明，建議同時於教學活動設計之備註欄說明。 若有議題融入再列出此欄。 	
與其他領域/科目 的連結		<ul style="list-style-type: none"> 與其他領域/科目的連結不是必要的項目，可視需要再列出。 	
教材來源	自編教材、均一平台+WSQ 數學九年級上學期康軒課本、習作。		
教學設備/資源	ipad 平板、電腦、投影機、電子白板。		
使用軟體、數位資 源或 APP 內容	數位資源/平台、軟體/APP：均一教育平台、padlet、Edpuzzle 等。		
學習目標			
有理沒有理：學習有憑有據的說明理由			
1. 認識證明的意義。			
2. 能用幾何性質說明幾何推理過程並能以符號及文字敘述表達推理及證明。			
教學活動設計			
教學活動內容及實施方式		時間	使用軟體、數位 資源或 APP 內 容
			
第一節 教師指派均一自組卷實施前測，了解學生的先備概念。 引起動機		10min	均一平台+WSQ 學習單

<p>教師提問：國小學過奇數乘以偶數是一個偶數，你怎麼能確定？ 教師提問：什麼才是合理的說明呢？合理說明需要有哪些步驟呢？ 教師指定[認識證明]技能及公播均一影片[數學證明是什麼] https://www.junyiacademy.org/v/jvcPLBeIkxM 學生填寫學習單</p> <p>第一節課 3-1-1 認識證明 (5min) 一、 請問---完成一個理論的三階段： <input type="text"/> 舉例 <input type="text"/>、<input type="text"/> 猜想 <input type="text"/>、<input type="text"/> 證明 </p> <p>二、證明 (10MIN) 1.在數學上，利用已知的定義、性質或定理進行推論，並得到特定結論的過程，便可稱之為證明。 2.證明除了形式上要具備的已知、求證、證明結構外，最重要的是推論過程是否合理並且完整。 3.國中階段常見的證明方式有三種 (1)直接證明(說明: 直接證明)、 (2)歸謬證明(說明: 錯誤前提 得到荒謬的結果)和 (3)三段式論證(說明: 大前提、小前提、結論) 舉例說明: _____</p> <p>老師導學</p>	<p>10min</p>	
<p>學生自學+組內互學 教師指派影片，學生配合 WS Q 學習單自學 https://edpuzzle.com/media/638011dd512ac4415e8f02d8</p> <p>B.【等腰三角形兩腰上的中線等長】【對應課本 P. _____】15min</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>1.如圖，證明等腰三角形兩腰上的中線等長。 (1)推理過程的逆推 要證明兩腰上的中線等長，中線是哪二個線段？ 被包在哪二個三角形內 _____</p> <p>(2) 題目中可用的條件 a. $\triangle ABC$ 為等腰三角形 $\rightarrow AB = \quad, \angle B = \quad$ b. \overline{BD}、\overline{CE} 為 \overline{AC}、\overline{AB} 上中線 $\rightarrow \quad$ $\rightarrow AD = \quad, AE = \quad$ c. 隱藏的條件 $\rightarrow \quad$ d. 綜合上述三個條件，是什麼全等性質？ $\rightarrow \quad$</p> </div> <p>(3) 證明過程 【已知】 【求證】 【證明】  </p>	<p>10+5min</p>	<p>均一平台+WSQ 學習單 +padlet+Edpuzzle</p>
<p>組內討論學習單達成共識，將答案上傳 padlet</p> <p>組間共學 請一組同學上台分享，台下同學提問 老師導學 教師統整幾何證明的概念 教師指派課後練習。</p>	<p>10min</p>	<p>WSQ 學習單 +padlet</p>
<p>第二節+接續前一節 學生自學+組內互學 教師指派影片，學生配合 WS Q 學習單自學 https://www.junyiacademy.org/v/XybF0NGbH7E</p>	<p>5+5min</p>	<p>均一平台+WSQ 學習單+padlet</p>

D. 【三角形兩邊向外側做正三角形】【對應課本 P. _____】5min

1. 【已知】如圖，以 $\triangle ABC$ 的兩邊 \overline{AB} 、 \overline{AC} 各向外側，作正 $\triangle ABD$ 與正 $\triangle ACE$ 。
 【求證】 $\overline{BE} = \overline{CD}$

<p>(1) 推理過程的逆推</p> <p>要證明$\overline{BE} = \overline{CD}$，</p> <p>則要_____</p>		<p>(3) 證明過程</p> 
<p>(2) 題目中可用的條件</p> <p>a. 正$\triangle ABD$</p> <p>---> _____</p> <p>b. 正$\triangle ACE$</p> <p>---> _____</p> <p>c. 綜合上述三個條件，是什麼全等性質？</p>		

組內討論學習單達成共識，將答案上傳 padlet

組間共學

請一組同學上台分享，台下同學提問

10min

WSQ 學習單 +padlet

老師導學

教師檢討習題、統整幾何證明的概念。

15min

老師指派均一任務進行評量

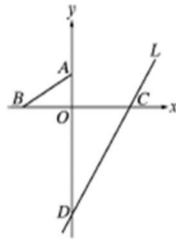
提供會考非選題作為挑戰題106會考

10min

挑戰題：如圖，在坐標平面上， O 為原點，另有 $A(0, 3)$ 、 $B(-5, 0)$ 、 $C(6, 0)$ 三點，直線 L 通過 C 點且與 y 軸相交於 D 點。請回答下列問題：

(1) 已知直線 L 的方程式為 $5x - 3y = k$ ，求 k 的值。

(2) 承(1)，請完整說明 $\triangle AOB$ 與 $\triangle COD$ 相似的理由。



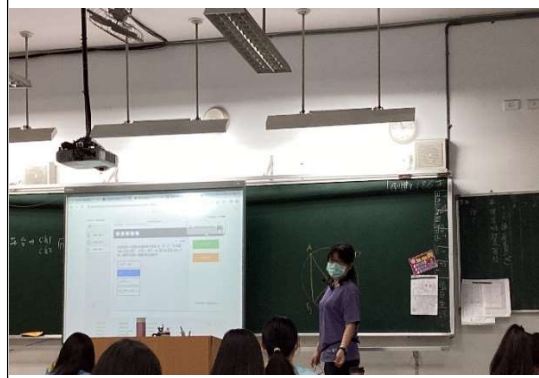
教學成果



說明：學生自學



說明：組內共學



說明:組間互學

說明:老師導學

教學心得與省思

(含教學調整的脈絡、成效分析、教學省思、修正建議等)

教學省思：使用影片學習，學生可根據自己的速度加以學習，若有不明白之處可以重覆學習。

因同學學習速度不同，時間掌控還要再加油，第二節先提供挑戰題，先完成任務的同學進行挑戰題的討論。

有部分同學雖已下課，但仍堅持要完成均一任務，讓人感動。

參考資料

(含論文、期刊、書刊剪報、專書、網路資料、他人教學教案等)

均一網路上的 WSQ

<https://www.juniacademy.org/v/jvcPLBeIkxM>

<https://edpuzzle.com/media/638011dd512ac4415e8f02d8>

<https://www.juniacademy.org/v/XybF0NGbH7E>

附錄

學習單如附件

第一節課3-1-1認識證明 (5 min)

一、 請問---完成一個理論的三階段：



二、證明 (10 MIN)

1.在數學上，利用已知的進行推論，並得到特定結論的過程，便可稱之為。

2.證明除了形式上要具備的結構外，最重要的是過程是否並且。



3.國中階段常見的證明方式有三種

(1) (說明:)、

(2) (說明: 得到)

和

(3) (說明:)

舉例說明： _____

三、利用全等三角形來證明

A.【等腰三角形的角平分線為中線】 10min [對應課本 p.]

1. 如圖， $\triangle ABC$ 為等腰三角形， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\angle BAC$ 的角平分線交 \overline{BC} 於 D ，證明 \overline{AD} 平分 \overline{BC} 。

分析題目

(1) 推理過程的逆推

要證明 \overline{AD} 平分 \overline{BC} ，

則代表 $\overline{BD} =$

線段等長的方法

(2) 題目中可用的條件

a. $\triangle ABC$ 為等腰三角形

---> $\overline{AB} =$ ， $\angle B =$

b. $\angle BAC$ 的角平分線交 \overline{BC} 於 D

--->

c. 隱藏的條件

--->

d. 綜合上述三個條件，是什麼全等性質？

(3) 證明過程

【已知】

【求證】

【證明】

(1) 在 $\triangle ABD$ 與 $\triangle ACD$ 中，

\therefore (1) $\overline{AB} = \overline{AC}$ (已知)

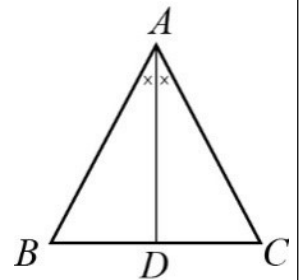
(2) $\angle BAD = \angle CAD$ (已知)

(3) $\overline{AD} = \overline{AD}$ (公用邊)

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$ (全等性質)

即 $\overline{BD} =$

故 \overline{AD} 平分 \overline{BC}



(4) 【結論】 何謂證明？課本 p 130 ~ 131

證明：運用 [] 或 []，推導 [] 的過程，稱為證明

B. 【等腰三角形兩腰上的中線等長】【對應課本 P. _____】15min

1.如圖，證明等腰三角形兩腰上的中線等長。

(1) 推理過程的逆推

要證明 兩腰上的中線等長，中線是哪二個線段？

被包在哪二個三角形內

(2) 題目中可用的條件

a. $\triangle ABC$ 為等腰三角形

---> $AB =$ _____ , $\angle B =$ _____

b. \overline{BD} 、 \overline{CE} 為 \overline{AC} 、 \overline{AB} 上 中線

---> _____

---> $AD =$ _____ , $AE =$ _____

c. 隱藏的條件

---> _____

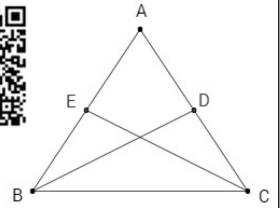
d. 綜合上述三個條件，是什麼全等性質？ _____

(3) 證明過程

【已知】

【求證】

【證明】



C. 【等腰三角形兩腰上的高等長】【對應課本 P. _____】5min

1.如圖， $\triangle ABC$ 為等腰三角形， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ ， $\overline{CE} \perp \overline{AB}$ ，證明 $\overline{BD} = \overline{CE}$ 。

分析題目

(1) 推理過程的逆推

要證明 $\overline{BD} = \overline{CE}$ ，

想法一：線段等長找 _____

想法二：垂直連想到 _____

(2) 題目中可用的條件

a. $\triangle ABC$ 為等腰三角形

---> $AB =$ _____ , $\angle B =$ _____

b. $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ ， $\overline{CE} \perp \overline{AB}$

---> _____

c. 隱藏的條件

---> _____

d. 綜合上述三個條件，是什麼全等性質？ _____

(3) 證明過程

【已知】

【求證】

【證明】

想法一

在 $\triangle ABD$ 與 $\triangle ACE$ 中，

\therefore (1) _____ = $\angle CAE$ (公用角)

(2) _____ = _____ ($\overline{BD} \perp \overline{AC}$ ， $\overline{CE} \perp \overline{AB}$)

(3) _____ = _____ (已知)

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE$ (_____ 全等性質)

即 $\overline{BD} = \overline{CE}$ 故等腰三角形兩腰上的高等長

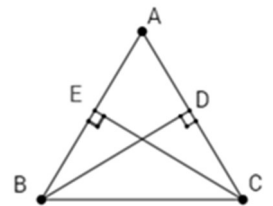
想法二

\therefore _____ 分別是 $\triangle ABC$ 以 _____ 為底的高

$\therefore \triangle ABC$ 的面積 = _____ = _____

又 _____ = _____ (已知)

故 $\overline{BD} = \overline{CE}$



第二節課

D. 【三角形兩邊向外側做正三角形】【對應課本 P. _____】5min

1. 【已知】如圖，以 $\triangle ABC$ 的兩邊 \overline{AB} 、 \overline{AC} 各向外側，作正 $\triangle ABD$ 與正 $\triangle ACE$ 。

【求證】 $\overline{BE} = \overline{CD}$

(1) 推理過程的逆推

要證明 $\overline{BE} = \overline{CD}$ ，

則要_____

(2) 題目中可用的條件

a. 正 $\triangle ABD$

---> _____

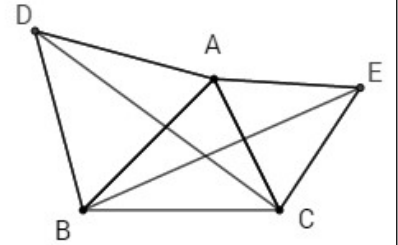
b. 正 $\triangle ACE$

---> _____

c. 綜合上述三個條件，是什麼全等性質？ _____



(3) 證明過程



A. 【三角形相似性質】【對應課本 P. _____】5min

1. 【已知】如右圖，長方形 $ABCD$ 中， E 、 F 兩點分別在 \overline{BC} 、 \overline{CD} 上，且 $\angle AEF = 90^\circ$ ，證明 $\triangle ABE \sim \triangle ECF$ 。

(1) 推理過程的逆推

要證明 $\triangle ABE \sim \triangle ECF$

則要_____ (相似性質)

(2) 題目中可用的條件

a. 長方形 $ABCD$

---> _____

---> _____

b. $\angle AEF = 90^\circ$

---> _____

---> _____

c. 綜合上述三個條件，是什麼相似性質？ _____

(3) 證明過程

\because 四邊形 $ABCD$ 為長方形，

$\therefore \angle B = 90^\circ$ ，

在 $\triangle ABE$ 中， $\square + \square = 90^\circ \dots\dots ①$

又 $\angle AEF = 90^\circ$ ， $\square + \square = 90^\circ \dots\dots$

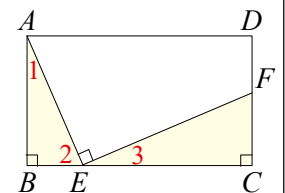
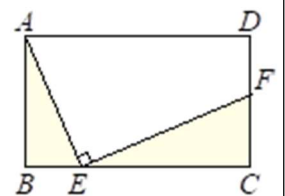
②

由①、②可得 $\square = \square$ 。

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ECF$ 中，

$\therefore \left\{ \begin{array}{l} \square \\ \square \end{array} \right.$

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle ECF$ (~)。



B.【三角形相似性質】【對應課本 P. _____】5min

1.【已知】如右圖， $\triangle ABC$ 為正三角形， P 、 Q 兩點分別在 \overline{BC} 、 \overline{AC} 上，且 $\angle APQ = 60^\circ$ ，證明：
 (1) $\angle 1 = \angle 2$ 。 (2) $\triangle ABP \sim \triangle PCQ$ 。

(1) **推理過程的逆推**

要證明 $\angle 1 = \angle 2$ ， $\triangle ABP \sim \triangle PCQ$

則要 、

(2) **題目中可用的條件**

a. $\triangle ABC$ 為正三角形

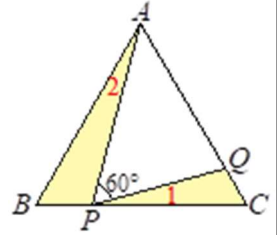
--->

b. $\angle APQ = 60^\circ$

--->

c. 綜合上述三個條件，是什麼相似性質？

(3) **證明過程**



C.【三角形相似性質應用】【對應課本 P. _____】5min



3. 如右圖，在平行四邊形 $ABCD$ 中， E 點為 \overline{AB} 的中點，且 \overline{CE} 與 \overline{BD} 交於 F 點。求證： $\overline{CF} = 2 \overline{EF}$ 。

證明：在 $\triangle BEF$ 與 $\triangle DCF$ 中，

\therefore (平行四邊形 $ABCD$)

$\therefore \angle EBF =$ (內錯角相等)

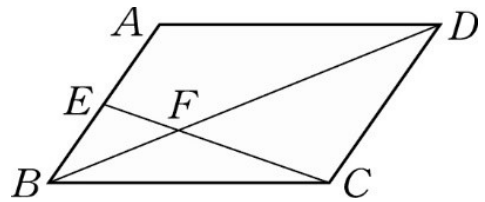
又 $\angle BFE =$ (對頂角相等)，

可得 $\triangle BEF \sim$ (AA 相似性質)，

E 點為 \overline{AB} 的中點，

因此 $\overline{EF} : \overline{CF} =$: = : (對應邊成比例)

故 $\overline{CF} = 2 \overline{EF}$



指派幾何證明做為課後習題

挑戰題：如圖，在坐標平面上， O 為原點，另有 $A(0, 3)$ 、 $B(-5, 0)$ 、 $C(6, 0)$ 三點，直線 L 通過 C 點且與 y 軸相交於 D 點。請回答下列問題：

(1) 已知直線 L 的方程式為 $5x - 3y = k$ ，求 k 的值。

(2) 承(1)，請完整說明 $\triangle AOB$ 與 $\triangle COD$ 相似的理由。

